ECOLE DES HAUTES ETUDES COMMERCIALES D'ALGER

Module : Statistique de gestion
Niveau : 1ère Année Master
Année académique : 2012/2013

Semestre : 1
Date : 17/03/2013
Durée : 2 heures

CORRIGÉ TYPE DE L'EXAMEN DU RATTRAPAGE

EXERCICE N° 01 :

a. La variance de la population est connue :

Population	Echantillon
N = ?	n = 10
$\mu =?$	$\bar{X} = 30$
$\sigma = 2$	$s = 1{,}84$
$\sigma^2 = 4$	$s^2 = 3{,}4$

$\bar{X} \rightarrow N(\mu, \sigma_{\bar{X}})$ avec :

$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{2}{\sqrt{10}} = 0{,}63$

On a : $\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma_{\bar{X}}}$ suit une loi normale centrée réduite N(0,1)

On cherche un intervalle centré sur **μ** avec une probabilité égale à **95%** :

$P\left(\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma_{\bar{X}}} < \varepsilon_\alpha\right) = \alpha$

Donc :

$\mu \in [\bar{X} - \varepsilon_\alpha \sigma_{\bar{X}} \,, \bar{X} + \varepsilon_\alpha \sigma_{\bar{X}}]$

$\mu \in [30 - 1{,}96(0{,}63) \,, 30 + 1{,}96(0{,}63)]$

$\boldsymbol{\mu \in [28{,}77 \,; 31{,}23]}$

4 Points

b. La variance de la population est inconnue :

Population	Echantillon
N = ?	n = 10
$\mu =?$	$\bar{X} = 30$
$\sigma =?$	$s = 1{,}84$
$\sigma^2 =?$	$s^2 = 3{,}4$

$\mu \in \left]\bar{X} - t_{\frac{\alpha}{2}} \sigma_{\bar{X}} \,, \bar{X} + t_{\frac{\alpha}{2}} \sigma_{\bar{X}}\right[$

$$\sigma^* = \sqrt{\frac{nS^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{10(3{,}4)}{10-1}} \approx 1{,}94$$

4 Points

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma^*}{\sqrt{n}} = \frac{1{,}94}{\sqrt{10}} \approx 0{,}613$$

<u>Pour un risque de 5% :</u>

$$t_{\frac{\alpha}{2}} = 2{,}262$$

$$\mu \in \left]30 - 2{,}262\,(0{,}613);\ 30 + 2{,}262\,(0{,}613)\right[$$

$$\mu \in \left]30 - 1{,}38;\ \ 30 + 1{,}38\right[$$

$$\boldsymbol{\mu} \in \left]\mathbf{28{,}62};\ \mathbf{31{,}38}\right[$$

c. L'intervalle de confiance de la variance :

On a $1-\alpha = 0{,}95$, $\alpha = 0{,}05$, $n = 10$, $n-1 = 9$

On détermine la valeur des points a et b

$$a = \chi^2\left[\frac{\alpha}{2}; n-1\right] = 19{,}023$$

$$b = \chi^2\left[1-\frac{\alpha}{2}; n-1\right] = 2{,}7$$

Selon la loi $P\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi^2\left[1-\frac{\alpha}{2};n-1\right]} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)S^2}{\chi^2\left[\frac{\alpha}{2};n-1\right]}\right) = 1-\alpha$ *on peut trouver*

l'intervalle : $\left]\frac{(n-1)S^2}{\chi^2\left[1-\frac{\alpha}{2};n-1\right]}, \frac{(n-1)S^2}{\chi^2\left[\frac{\alpha}{2};n-1\right]}\right[$

Donc :

$$\boldsymbol{\sigma^2} \in \left]\frac{(n-1)S^2}{a}, \frac{(n-1)S^2}{b}\right[$$

2 Points

$$\boldsymbol{\sigma^2} \in \left]\frac{(9)3{,}4}{19{,}023}, \frac{(9)3{,}4}{2{,}7}\right[$$

$$\boldsymbol{\sigma^2} \in \left]\mathbf{1{,}60};\ \mathbf{11{,}3}\right[$$

Et par la suite l'intervalle de l'écart-type est :

$$\boldsymbol{\sigma} \in \left]\sqrt{\mathbf{1{,}60}};\ \sqrt{\mathbf{11{,}3}}\right[$$

$$\boldsymbol{\sigma} \in \left]\mathbf{1{,}26};\ \mathbf{3{,}36}\right[$$

EXERCICE N° 02 :

a. Détermination d'une estimation ponctuelle pour la proportion :

$\boldsymbol{\pi = p = 68\% = 0,68}$

3 Points

b. Détermination d'un intervalle de confiance à 95 % pour la proportion :

$\varepsilon_\alpha = 1,96$

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{pq}{n}} = \sqrt{\frac{0,68 \times 0,32}{500}} = 0,02$$

Donc : $\pi \in \left]p - \varepsilon_\alpha \sigma_p \,, p + \varepsilon_\alpha \sigma_p\right[$

$\pi \in]0,68 - 1,96(0,02), 0,68 + 1,96(0,02)[$

7 Points

$\pi \in]0,68 - 0,04; 0,68 + 0,04[$

$\boldsymbol{\pi} \in]\mathbf{0,64}\,;\mathbf{0,72}[$